Доказать в исчислении высказываний (буквы обозначают произвольные формулы):

**(¬(¬X∨Z) →¬(Y&¬Z)) ├ ((¬X∨¬Y) ∨Z)**

Решение:

Преобразуем правую формулу, используя определение дизъюнкции :

**((¬X∨¬Y) ∨Z) = (¬Z →(Y → ¬X)**

Следовательно, необходимо доказать:

**(¬(¬X∨Z) →¬(Y&¬Z)) ├ (¬Z →(Y → ¬X))**

Согласно теореме дедукции, достаточно доказать, что:

**(¬(¬X∨Z) →¬(Y&¬Z), ¬Z, Y ├ ¬X**

а затем дважды применить теорему дедукции.

Следовательно, будем доказывать, что из гипотез (¬(¬X∨Z) →¬(Y&¬Z), ¬Z, Y, выводимо ¬X

1. (¬(¬X∨Z) →¬(Y&¬Z), *гипотеза*,
2. ¬Z, *гипотеза*,
3. Y, *гипотеза*,
4. Y&¬Z→¬X˅Z, *Правило R7, (1)*
5. Y&¬Z , *свойства конъюнкции (2), (3)*
6. ¬X˅Z = ¬Z→¬X, *MP (4), (5)*
7. ¬X, *MP (2), (6)*
8. (¬(¬X∨Z) →¬(Y&¬Z), ¬Z, Y ├ ¬X

Дважды применив теорему дедукции, то есть устраняя вторую и третью гипотезы, получим требуемую секвенцию

1. (¬(¬X∨Z) →¬(Y&¬Z) ├ Z˅ ( ¬X˅¬Y)*,*

Коммутативность дизъюнкции:

1. (¬(¬X∨Z) →¬(Y&¬Z) ├ Z˅ ( ¬X˅¬Y)*,*